

MATHEMATIQUES

LE PREMIER VOLET : LA PREMIERE PARTIE

Conçue autour de quatre exercices indépendants afin de recouvrir un large éventail de notions et de domaines mathématiques, cette partie est un facteur important de la discrimination des candidats.

Ainsi, les candidats ont à traiter de questions d'arithmétique, d'algèbre et de proportionnalité, de géométrie tant plane que spatiale. Les notions mises en jeu interviennent directement dans la compréhension et la maîtrise des contenus enseignés à l'Ecole.

Cette partie repose sur trois intentions délibérées :

1. appréhender plusieurs domaines des mathématiques
2. tester en même temps le vocabulaire connu et les compétences à rédiger une démonstration simple
3. vérifier le lien entre compétence mathématique et son implication dans l'enseignement à l'Ecole Élémentaire

La diversité et l'indépendance des exercices permettent au candidat de faire la preuve d'un minimum d'expression mathématique.

L'exercice 1 est une question élémentaire d'application de pourcentages : deux taux d'augmentation annuels successifs sont donnés qu'il s'agit de résumer sur deux années.

L'exercice 2 propose une étude à propos de la nature de quelques nombres (décimaux ou non), puis la mise en œuvre expliquée d'un critère de divisibilité par 11.

La capacité à repérer et expliquer la nature décimale (ou non) d'un nombre est importante au regard d'un objet d'usage familier à l'Ecole ; les justifications attendues constituent ici un critère d'évaluation. Les exemples pour lesquels un développement décimal pouvait être aisément obtenu (en veillant bien qu'il s'agit d'une égalité) ont été facilement traités par les candidats. Il a été plus difficile d'expliquer qu'un nombre n'est pas décimal : on pouvait faire apparaître une périodicité adéquate dans l'écriture du quotient ou déterminer une écriture sous forme de fraction irréductible dont le dénominateur a au moins un diviseur premier qui n'est ni 2, ni 5.

La question relative au critère de divisibilité a été souvent réussie : la justification consiste à mettre en évidence une décomposition en produit de facteurs entiers à partir de la condition sur les chiffres.

L'exercice 3 coordonne une étude sur l'octogone régulier et une étude de pyramide régulière dont celui-ci est base. Les calculs d'angles doivent reposer sur un raisonnement lié aux propriétés de la figure ; les mesures n'ont pas été admises. S'agissant de construire l'octogone régulier à la règle et au compas, les candidats

devaient effectivement faire apparaître un procédé de construction (l'emploi de bissectrice, de médiatrice s'impose). Le recours au papier quadrillé, qui a été souvent observé, ne répond pas à la question.

L'existence d'une pyramide régulière selon les conditions demandées est acquise non seulement par égalité des huit arêtes, mais aussi en s'assurant que leur longueur commune est supérieure au rayon de la base ; cette deuxième condition a été très souvent omise dans les copies. Puis, la longueur de l'arête étant donnée, le calcul de la hauteur exigeait l'emploi du théorème de Pythagore sous réserve qu'on ait expliqué la présence d'un triangle rectangle. Cette démonstration simple d'orthogonalité a été prise en compte et trop peu souvent rédigée.

Le calcul de volume qui termine l'exercice peut être justifié par la mise en évidence d'une réduction de la pyramide donnée, ou, par exemple, avec un recours au théorème de Thalès.

La diversité des manières de résoudre peut être notée, elle laissait assez libres les choix des candidats.

Explications et preuves reposent ici sur des énoncés de définition ou de propriétés qu'il faut énoncer avec précision, par exemple : théorème de l'angle inscrit, théorème de Pythagore, définition et propriétés de la médiatrice, angles au centre d'un polygone régulier interceptant un côté ...

Cet exercice est assez discriminant. Peu de candidats parviennent à rédiger les démonstrations attendues. Or cette aptitude à produire une démonstration simple reposant sur les contenus mathématiques de l'Ecole Élémentaire demeure une intention de ce concours.

L'exercice 4 est une question de débit qui consiste à retrouver une situation de proportionnalité plus complexe que celle du premier exercice. Là encore plusieurs manières de procéder sont possibles : traduire le problème dans le cadre algébrique et résoudre, exploiter la proportionnalité en utilisant conjointement les deux fontaines pendant 63 heures, les utiliser seulement une heure pour raisonner encore par proportionnalité. La traduction de la notion de débit horaire conduit à une équation que l'on résout pour traiter la dernière question.

Dans cet exercice, les conversions d'unités constituent un critère d'évaluation.

Cet exercice est très peu traité.

Conseils aux candidats

Cette partie du sujet vise à permettre d'apprécier l'aptitude des candidats à maîtriser et à exploiter des connaissances concernant une ou plusieurs notions relevant de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Dans ce cadre, il est recommandé :

- *De travailler à un approfondissement des notions et de leur utilisation ; il s'agit d'un approfondissement veillant à lier une maîtrise des exigences dans les termes définis par les programmes de l'école primaire et la prise de distance attendue d'un futur professeur des écoles qui doit être capable de situer sa pratique dans un cadre théorique déterminé. C'est ici notamment le cas pour la notion de nombre décimal (y compris dans un but de réfutation), la proportionnalité, des propriétés élémentaires d'arithmétique, des raisonnements attachés à des propriétés de figures géométriques dans le plan comme dans l'espace ; le simple fait de parvenir à une*

réalisation ou à une perception de résultat sans pouvoir produire un minimum d'explication raisonnée ne peut être systématiquement admis ; une affirmation, la production d'un exemple ne remplacent pas une démonstration

- *De se préparer à faire la preuve des qualités de rigueur en matière de raisonnement logique ; **les définitions et les théorèmes doivent être connus**, on ne peut pas se contenter d'un à peu près. Les candidats doivent savoir effectuer des démonstrations simples.*
- *De s'entraîner à la pratique de résolutions de problèmes : capacité à utiliser diverses représentations, à expliciter le modèle sous-jacent à une situation problème, à traiter mathématiquement le problème, à mettre en regard des stratégies utilisables par des élèves de l'école primaire*
- *D'exploiter le sujet même dans la plénitude de ses possibilités ; il est indispensable de **lire attentivement le sujet** pour en comprendre le sens et l'objectif et de repérer l'indépendance des parties ainsi que ce que l'on pense savoir faire de façon assez automatique.*
- *De ne pas abandonner une recherche parce qu'elle est infructueuse dans ses premiers moments ; le sujet permet une gestion du temps propice à l'expression de l'effort.*

LA 2EME PARTIE: L'ANALYSE DES TRAVAUX D'ELEVES

Cette partie consiste à repérer les erreurs et les qualités dans une production d'élève, à les analyser et à les commenter en référence aux objectifs et aux contenus de la discipline tels qu'ils sont définis dans les programmes et les instructions de l'école primaire.

Cette analyse porte ici sur les façons de traiter trois petits problèmes de durée tels qu'on le trouve dans le cahier d'un élève. Dans l'ensemble les candidats " comprennent " les solutions proposées par l'élève et ont su les commenter, mais il semble que bon nombre d'entre eux ne possèdent pas d'outil pour analyser, aussi se contentent-ils de décrire. Une capacité à dépasser ce seul pouvoir descriptif est attendue des candidats.

Les premières questions ont permis à la plupart des candidats d'aborder convenablement cet exercice. Mais la question relative au « bilan des acquis de cet élève » a trop souvent été traitée comme un bilan des « non-acquis » ; de ce fait les propositions d'aides méthodologiques demandées n'ont pas été suffisamment développées.

Conseil aux candidats

*Quelques repères théoriques de didactique des mathématiques, précis, sont indispensables pour permettre d'analyser et non de décrire ou de paraphraser et de comprendre les causes des erreurs faites par les élèves.
Une bonne lecture de l'énoncé, son utilisation, la prise en compte des diverses consignes est recommandée.*

La connaissance et l'utilisation des programmes et de leurs commentaires est aussi un bon point d'appui pour fonder une analyse.

LE DEUXIEME VOLET

Ce volet a pour objet l'analyse des approches didactiques et des démarches pédagogiques correspondantes. Il s'agit d'une situation traitant de questions d'ordre et de comparaison selon l'essentiel d'un chapitre de manuel de C.E. 2.

L'étude proposée nécessite de la part des candidats une véritable analyse et leur demande aussi de prendre position par rapport aux choix faits dans les documents proposés. C'est notamment le cas pour la question III 3°) où il fallait porter une critique sur l'exemple proposé et modifier la présentation de celui-ci. Cette question - représentative d'une compétence significative - a été très peu traitée.

Les interrogations portent sur :

- les notions mathématiques sous-jacentes à cette séquence ;
- les compétences que l'on cherche à développer chez les élèves ;
- la pertinence des exercices choisis pour y parvenir. Cette étude nécessite une argumentation solide et des outils d'analyse pour le faire et éviter les bavardages ;
- les choix d'organisation pédagogique, l'exploitation des documents, l'intérêt pédagogique spécifique de certaines composantes du document.

Dans cette partie encore, certains candidats possèdent des connaissances mathématiques et un cadre de réflexion didactique suffisants pour effectuer une réelle analyse et argumenter leurs affirmations ou les choix qu'ils faisaient, d'autres ont « bavardé » autour des séquences sans réellement analyser et argumenter. Souvent sont sujettes à confusions les notions d'objectif et de compétence, de programme et d'orientations ministérielles

En cela trop souvent l'inflation d'un vocabulaire spécialisé, mal maîtrisé, ne masque nullement l'insuffisance. Un certain langage « expert », notamment pour exprimer des analyses didactiques, peut être souhaitable, mais à la condition d'être éclairant et pertinent.

CONSEILS AUX CANDIDATS

L'analyse des séquences pédagogiques suppose une bonne connaissance des notions mathématiques étudiées et du programme de l'école élémentaire correspondant, de façon à être en mesure de saisir les objectifs visés et les compétences que l'on cherche à développer.

Des connaissances minimales, et surtout bien maîtrisées, en didactique des mathématiques permettent d'analyser les choix qui sont faits dans la progression et de comprendre et d'expliquer et de justifier l'intérêt et la cohérence des exercices proposés.

Des connaissances en sciences de l'éducation aident à comprendre, analyser et à argumenter le bien fondé de l'organisation pédagogique retenue pour conduire la séquence.

C'est un usage réfléchi, mesuré, à bon escient que le jury attend à ce propos, il faut éviter quelques écueils :

- *La simple description des exercices que l'on demande d'analyser*
- *Le bavardage et les longs discours, qui ne peuvent tenir lieu d'analyse et de justification, et l'utilisation erronée et abusive de termes techniques qui prouvent une mauvaise compréhension sous-jacente ; la concision, la précision des explications sont vivement recommandées.*

EN SYNTHÈSE, QUELQUES CONSEILS

La gestion du temps

Il faut rappeler que cette épreuve nécessite une bonne gestion de son temps. Le sujet d'un concours est souvent long (c'est un élément normal de discrimination, de classement). Une des premières qualités des candidats est justement d'être maître de la durée de l'épreuve afin de valoriser leur production.

Il importe de parcourir entièrement le sujet afin d'avoir une vue d'ensemble de l'épreuve dès le début (son contenu, sa composition, sa longueur). Cela permet de délimiter le champ des connaissances qui sera à mobiliser et peut aider à organiser son temps dès le début de l'épreuve.

Il faut aussi lire de façon très attentive le préambule qui précède certaines parties ou certaines questions : elles peuvent permettre de comprendre la logique de repérer les questions indépendantes. De même, les annexes qui présentent les documents à analyser doivent être appréhendées dans leur ensemble.

La présentation

De façon générale on constate un progrès dans la présentation des copies. Cependant on rencontre encore quelques copies dans lesquelles la numérotation est inexistante, l'écriture illisible ; ceci est un manque grave pour des candidats à la fonction de professeur.

Un certain nombre de copies présentent des défauts dans l'orthographe, la conjugaison, la grammaire qui sont difficilement concevables de la part d'un professeur des écoles.

Il importe de bien structurer les réponses et pour cela d'utiliser les moyens les mieux adaptés : faire des réponses concises, utiliser la présentation sous forme de tableaux, éviter les redondances et les développements approximatifs, savoir mettre en évidence

...

Il importe aussi de bien numéroter les questions et de les séparer.

Le contenu

Cette épreuve du Concours de Recrutement de Professeurs des Ecoles s'appuie sur des connaissances et des savoir-faire mathématiques, des capacités à analyser des approches didactiques et des démarches pédagogiques. Ces connaissances et ces

capacités permettent d'éviter des commentaires et des rédactions par trop imprécises, qui relèvent davantage de ce que pourrait dire un élève qu'un candidat au concours.

Chacun des volets a des buts que tout candidat doit comprendre et préparer :

- dans le premier volet, première partie, on attend des candidats de la rigueur et de la clarté dans les rédactions et les démonstrations, une utilisation correcte des symboles, et une énonciation précise des définitions, propriétés et théorèmes utilisés. Les savoirs et savoir-faire attachés aux programmes d'enseignement doivent être familiers.
- dans les autres parties (analyse des travaux d'élèves et analyse de séquences) le jury n'attend pas des candidats seulement des commentaires, mais une analyse précise et argumentée, qui se réfère à de réelles connaissances. Il importe de lire les questions posées avec application : caractériser, repérer, analyser, argumenter sont des termes qui appellent des réponses de nature différentes. Le candidat doit faire la preuve qu'au-delà de la maîtrise des compétences et des connaissances nécessaires pour enseigner à des élèves d'école primaire dans la discipline, il a réfléchi aux problèmes spécifiques que pose aux enfants l'apprentissage de notions et d'éléments de méthode propres à cette discipline.

L'utilisation de vocabulaire spécifique doit être faite à bon escient, sinon, elle n'apporte rien au développement, et nuit à l'appréciation de la production.

Il faut garder en mémoire que la qualité d'une copie ne se mesure pas à sa longueur, mais au contraire à sa clarté, à sa précision et à sa concision.